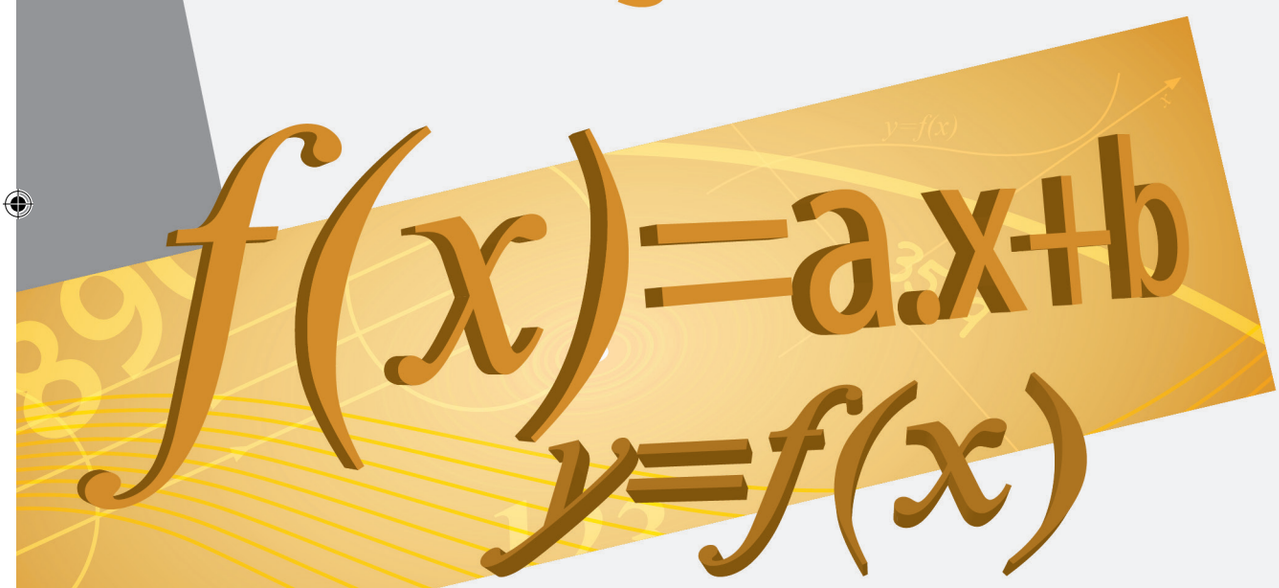
Introdução às FUNÇÕES



GEPEM
ESPÍRITO SANTO
GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Introducao_as_Funcoes.indd 1 19/11/2012 18:20:15

ÍNDICE

A NOSSA CONTA DE ÁGUA 0
NOÇÃO INTUITIVA DE FUNÇÃO 0
A FUNÇÃO DE PRIMEIRO GRAU 0

PARA ENTENDER O MATERIAL

COMPARTILHANDO IDEIAS

- Seção que aparece no início de cada ficha, em que, a partir de um contexto atual, as discussões sobre o tema da ficha se iniciam valorizando o conhecimento que o estudante traz como ponto de partida para os assuntos a serem discutidos.

REFLETINDO UM POUCO MAIS

- Vem logo após a discussão de um tema. O objetivo da seção é provocar o aluno a refletir sobre suas descobertas e incertezas, a partir do momento em que escreve sobre o que acabou de estudar.

UTILIZANDO A TECNOLOGIA

- Nesta seção são sugeridos problemas a serem resolvidos com a utilização da calculadora ou do computador. O objetivo principal é aproximar os alunos dessas ferramentas ao mesmo tempo em que estudam conteúdos matemáticos a partir de problematizações.

ESPAÇO CULTURAL

- Seção na qual são apresentados textos, músicas, filmes, livros, enfim, produções artístico-culturais que tenham ligação direta ou indireta com o tema da ficha ou com a Matemática de forma mais ampla.

DESAFIE-SE

- Seção que apresenta aos alunos problemas lógicos, visando trazer, de forma lúdica, mais uma possibilidade de aproximação com o material, ao mesmo tempo em que eles efetuam trocas com os colegas.

UM POUCO DE HISTÓRIA

- Traz um texto ou uma proposta de pesquisa histórica sobre o tema da ficha, com uma problematização sugerida a partir dessa discussão histórica.

PARA SABER MAIS

- Seção que provoca o estudante a aprofundar o assunto que está sendo estudado, seja motivando a novas investigações ou apresentando novas possibilidades.

JOGANDO COM A MATEMÁTICA

- Sugere jogos e/ou brincadeiras, aprofundando ou sistematizando os conteúdos discutidos na ficha.

SISTEMATIZANDO

- Aparece ao final de cada bloco de atividades, feito pelos autores, fechando as discussões.

Introdução às FUNÇÕES

Introducao_as_Funcoes.indd 2 19/11/2012 18:20:17

Introdução às FUNÇÕES

CRÉDITOS

Produção
Gepem-ES

Autores 1ª Edição
Alex Jordane
André Vicente Salazar
Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Rony Cláudio de Oliveira Freitas

Revisão de texto
Rita de Cássia Silva Chang

Alunos Colaboradores
Camila dos Santos de Souza
Euléssia Costa Silva
Grazzielly Mazzarin Bernardes
Jean Geraldo Comper
Paulo Roberto Oliveira Pinto

Design e Diagramação
Comunicação Impressa Ltda

Ilustrações
Gilson Alvarenga
Richelmy de Souza Lorencini

Apoio
SETEC - Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
IFES - Campus Vitória

CARO ESTUDANTE,

Você já prestou atenção à sua conta de água? Entender as diversas contas que chegam às nossas casas é importante para nos informarmos a respeito de desperdícios e mau uso dos diversos serviços públicos que nos são prestados. Além disso, temos o direito e o dever de verificar se o que está sendo cobrado condiz com o consumo feito em nossas casas. Na maioria dessas contas é bastante presente a comunicação matemática, nelas podemos notar a presença não só de operações simples, como adição e multiplicação, mas também, de cálculos de porcentagens e, em alguns casos, gráficos ou tabelas com o histórico do consumo residencial.

Neste bloco vamos estudar a nossa conta de água. A pretensão é entender a Matemática existente nessa conta e a partir daí fazermos uma introdução ao estudo das funções, com uma ênfase nas funções de primeiro grau.

GEPEM ESPÍRITO SANTO
GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

1ª Edição I 2012

Introducao_as_Funcoes.indd 3 19/11/2012 18:20:18

COMPARTILHANDO IDEIAS

A CONTA DE ÁGUA E O CONCEITO DE FUNÇÃO

Vamos começar as discussões neste bloco pedindo para que leia o texto a seguir:

A Função Social da Propriedade

A função social da propriedade é um princípio que está vinculado a um projeto de sociedade mais igualitária, isso se deve em razão de submeter o acesso e o uso da propriedade ao interesse coletivo; portanto, a propriedade urbana cumpre a sua função social quando destinada a satisfazer as necessidades dos habitantes da cidade. Os parâmetros para a satisfação dessas necessidades são os componentes do direito às cidades sustentáveis, como o direito à moradia digna, o acesso à terra urbana, à saúde, à educação, ao meio ambiente, ao transporte e aos serviços públicos, à infraestrutura urbana, ao saneamento ambiental, ao trabalho, ao lazer e à cultura.

A propriedade passa assim, a ter seu uso condicionado ao bem-estar social e, portanto, assume uma função social e ambiental.

A função social da propriedade é o núcleo central da propriedade urbana. O direito de propriedade urbana somente é passível de ser protegido pelo Estado, no caso de a propriedade atender à sua função social.

Função social da propriedade é, portanto, a prevalência do interesse comum sobre o interesse individual. É o uso socialmente justo do espaço urbano para que os cidadãos e cidadãs se apropriem do território, democratizando seus espaços de poder, de produção e de cultura dentro de parâmetros de justiça social e criação de condições ambientalmente sustentáveis.

A propriedade urbana somente deve ser passível de proteção pelo Estado se atender a sua função social. Diversos agrupamentos políticos, gestores públicos, urbanistas, juristas e lideranças sociais tem dedicado atenção a buscar formas concretas de viabilização para que a propriedade urbana tenha um efetivo uso voltado a atender ao bem-estar e melhoria da qualidade de vida da população que vive nas cidades.

O Princípio da função social como garantia de que o direito da propriedade urbana tenha uma destinação social, exige o estabelecimento dos requisitos que a propriedade deve cumprir para que atenda às necessidades sociais de sua cidade.

Fonte: http://www.forumreformaurbana.org.br/index.php/plataforma-fnru/a-funcao-social-da-propriedade.html, acesso em 19/09/2012

Introducao_as_Funcoes.indd 4 19/11/2012 18:20:19

ALGUMAS QUESTÕES PARA DISCUSSÃO:

1 Observe que no texto a palavra **Função** foi utilizada dentro de um contexto, com uma finalidade. Que finalidade foi essa?

2 Quais outros usos diferentes desse você costuma utilizar para a palavra Função?

3 E em Matemática, você sabe para que fim esse termo é utilizado?

Introducao_as_Funcoes.indd 5 19/11/2012 18:20:19

Seção 1: A nossa Conta de Água

Diferentemente da energia elétrica e da telefonia, o fornecimento de água e esgoto tratado continua sendo um serviço prestado pelo Estado. Sendo assim, são estatais que fornecem e cobram a água que chega às nossas residências, não havendo, portanto, órgão que regulamente essa prática. Aproveite os estudos que fará para discutir os vários aspectos relacionados ao uso da água. Procure, sempre que possível, vincular as novas informações que serão trabalhadas aqui com o que já conhece, promovendo debates com seus colegas e professores.

PARA SABER MAIS

VOCÊ SABIA?

- Que o consumo médio de água dos brasileiros é muito alto? Temos a cultura da fartura e hábitos como longos banhos diários que nos tornam grandes consumidores. Mas há que distinguir entre perda e desperdício. A perda é definida em função do volume de água vendida sobre o volume de água produzida. Você está pagando por toda a água que entra pelo seu hidrômetro. Quanto mais consome, mais paga. Consumo excessivo passa a ser uma questão de economia e de conscientização ambiental. Lavar a calçada com jato d'água, como ainda se vê muito por aí, vai acabar ficando caro. Outra coisa é o desperdício. No Brasil, é de 46%, em média.

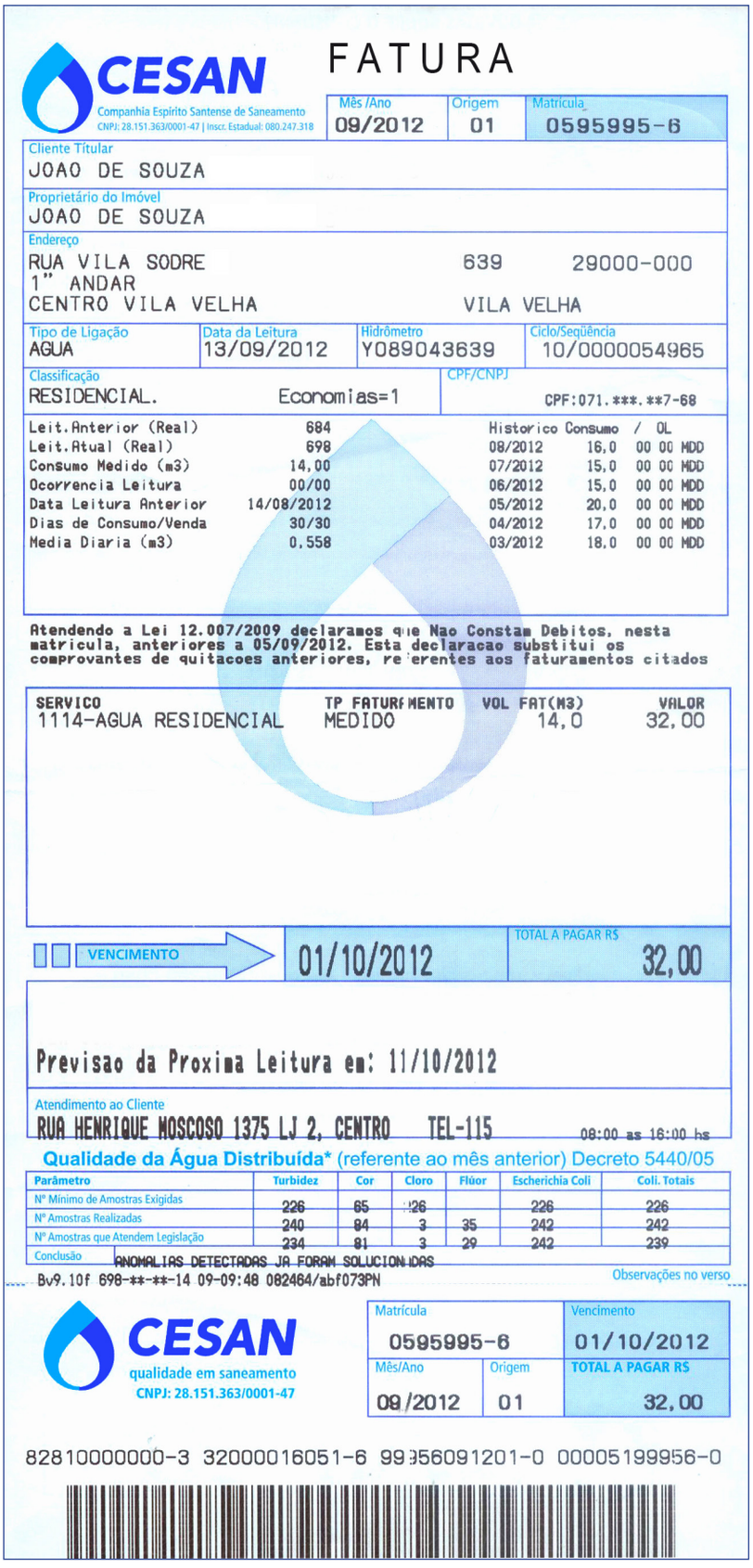
UM ABSURDO! IMAGINA SÓ:

Metade de toda a água tratada, fornecida pelas companhias de abastecimento, fica pelo meio do caminho. Sai através de tubos e canos malconservados que se rompem, ou é desviada de outras formas. Isso é descaso.

Fonte: semanact2005.mct.gov.br

Veja a seguir um modelo de conta de água emitido pela CESAN (Companhia Espírito Santense de Saneamento).

Introducao_as_Funcoes.indd 6 19/11/2012 18:20:20



CESAN
Companhia Espírito Santense de Saneamento
CNPJ: 28.151.363/0001-47 | Inscr. Estadual: 080.247.318

FATURA

Mês /Ano	Origem	Matrícula
09/2012	01	0595995-6

Cliente Título
JOAO DE SOUZA

Proprietário do Imóvel
JOAO DE SOUZA

Endereço
RUA VILA SODRE 639 29000-000
1" ANDAR
CENTRO VILA VELHA VILA VELHA

Tipo de Ligação	Data da Leitura	Hidrômetro	Ciclo/Seqüência
AGUA	13/09/2012	Y089043639	10/0000054965

Classificação: RESIDENCIAL. Economias=1
CPF/CNPJ: CPF:071.***.**7-68

Leit.Anterior (Real)	684
Leit.Atual (Real)	698
Consumo Medido (m3)	14,00
Ocorrencia Leitura	00/00
Data Leitura Anterior	14/08/2012
Dias de Consumo/Venda	30/30
Media Diaria (m3)	0,558

Historico Consumo / OL

08/2012	16,0	00 00 MDD
07/2012	15,0	00 00 MDD
06/2012	15,0	00 00 MDD
05/2012	20,0	00 00 MDD
04/2012	17,0	00 00 MDD
03/2012	18,0	00 00 MDD

Atendendo a Lei 12.007/2009 declaramos que Nao Constam Debitos, nesta matricula, anteriores a 05/09/2012. Esta declaracao substitui os comprovantes de quitacoes anteriores, referentes aos faturamentos citados

SERVICO	TP FATURAMENTO	VOL FAT(M3)	VALOR
1114-AGUA RESIDENCIAL	MEDIDO	14,0	32,00

VENCIMENTO 01/10/2012 — TOTAL A PAGAR R$ 32,00

Previsao da Proxima Leitura em: 11/10/2012

Atendimento ao Cliente
RUA HENRIQUE MOSCOSO 1375 LJ 2, CENTRO TEL-115 08:00 as 16:00 hs

Qualidade da Água Distribuída* (referente ao mês anterior) Decreto 5440/05

Parâmetro	Turbidez	Cor	Cloro	Flúor	Escherichia Coli	Coli. Totais
Nº Mínimo de Amostras Exigidas	226	65	226		226	226
Nº Amostras Realizadas	240	84	3	35	242	242
Nº Amostras que Atendem Legislação	234	81	3	29	242	239
Conclusão	ANOMALIAS DETECTADAS JA FORAM SOLUCIONADAS					

Bv9.10f 698-**-**-14 09-09:48 082464/abf073PN

Observações no verso

CESAN
qualidade em saneamento
CNPJ: 28.151.363/0001-47

Matrícula	Vencimento
0595995-6	01/10/2012
Mês/Ano: 09/2012 — Origem: 01	TOTAL A PAGAR R$ 32,00

82810000000-3 32000016051-6 99356091201-0 00005199956-0

Introducao_as_Funcoes.indd 7 19/11/2012 18:20:20

1 Vamos levantar algumas questões a respeito da conta apresentada:

A Qual o valor a ser pago pelo consumidor?

B Qual o mês em que foi consumida a água cobrada na conta?

C Qual a data de vencimento da conta?

D Quantos m^3 (metros cúbicos) foram consumidos no mês em questão?

E Em que data foi feita a medição?

F Em relação ao mês anterior, houve aumento ou redução do consumo? De quanto?

G Entre os meses apresentados no histórico de consumo, qual foi o que teve o maior e o menor consumo? Quais foram esses consumos?

H Considerando os meses citados na conta, qual é a média mensal de consumo do Sr. João de Souza?

Introducao_as_Funcoes.indd 8 19/11/2012 18:20:20

2 A CESAN, assim como as demais concessionárias de água e esgoto do Brasil, efetua suas cobranças de acordo com o consumo em metros cúbicos. Veja as tarifas de consumo de água cobradas pela concessionária em questão, para cada uma das categorias:

TABELA DE TARIFAS

CATEGORIAS	Tarifas de Água por faixa de consumo (R$/m³)					
	0-10 m³	11-15 m³	16-20 m³	21-30 m³	31-50 m³	> 50 m³
Tarifa Social	0,87	1,02	3,49	4,80	5,12	5,34
Residencial	2,18	2,55	4,36	4,80	5,12	5,34
Comercial e Serviços	3,46	3,91	5,43	5,71	5,88	6,06
Industrial	5,54	5,71	6,20	6,26	6,43	6,54
Pública	3,62	4,09	5,25	5,43	5,50	5,57

Fonte: www.cesan.com.br – Setembro de 2012

A Preencha a tabela abaixo, de acordo com o consumo e a categoria. (Caso queira, utilize a calculadora para os cálculos).

Categorias	Consumo m³	Cálculo	Valor a ser cobrado (R$)
Residência com tarifa social	8		
Residencial	8		
Comercial	8		
Residência com tarifa social	12		
Residencial	12		
Comercial	12		
Residencial	30		
Comércio	30		
Residencial	57		
Comércio	57		

B Se a CESAN oferecesse um desconto de R$ 10,00 nas contas, como poderíamos representar o valor a ser pago em função do consumo x para cada residência situada na faixa (21 – 30)?

Introducao_as_Funcoes.indd 9 19/11/2012 18:20:20

3 A COPASA – Companhia de Saneamento de Minas Gerais, assim como a CESAN, efetua suas cobranças de acordo com o consumo em metros cúbicos. A forma de cobrança, no entanto, é diferente. A COPASA faz uso de uma parcela a deduzir que varia de acordo com o consumo. Veja as tarifas de consumo de água cobradas pela concessionária em questão, para algumas categorias:

TABELA DE TARIFA
Vigência: a partir de 01/03/2005

Categorias	Consumo m³	Valor da tarifa em R$/m³	Parcela a deduzir (R$)
Residencial com Tarifa Social	Mínimo 10m³	0,5741	
	> 10 - 11	2,0100	14,3590
	> 11 - 12	2,3200	17,7690
	> 12 - 13	1,7600	11,0490
	> 13 -14	1,8900	12,7390
	> 14 - 15	2,1500	16,38
Residencial sem Tarifa Social	Mínimo 10m³	1,3402	0,6701
	> 10 - 15	2,4473	11,0710
	> 15 - 20	2,4500	11,1115
	> 20 - 25	2,4527	11,1655
	> 25 - 40	2,4660	11,4980
	> 40 - 100	4,7176	101,5620
	> 100	6,1383	243,6320
Comercial	Mínimo 10m³	1,8252	-
	> 10 - 20	3,3985	15,7330
	> 20 - 40	3,4040	15,8430
	> 40 - 100	3,4131	16,2070
	> 100 - 300	3,5592	30,8170
	> 300 - 600	3,5956	41,7370
	> 600	3,6139	52,7170

Fonte: www.copasa.com.br

COMO CALCULAR O VALOR DO SERVIÇO DE FORNECIMENTO DE ÁGUA

- Multiplica-se o consumo de água pelo valor da tarifa na faixa de consumo (R$/m³).
- Subtrai-se do resultado encontrado, a parcela a deduzir(R$) referente à faixa de consumo.
- Do novo resultado obtido, considerar 2 (duas) casas decimais e desprezar as demais.

Introducao_as_Funcoes.indd 10 19/11/2012 18:20:20

A Preencha a tabela abaixo, de acordo com o consumo e a categoria.

Categorias	Consumo m³	Cálculo	Resultado (R$)	Dedução	Valor a ser cobrado (R$)
Residencial com tarifa Social	13				
Residencial sem tarifa Social	13				
Comercial	13				
Residencial sem tarifa Social	35				
Comercial	35				
Residencial sem tarifa Social	57				
Comercial	57				

B Como poderíamos representar o valor a ser pago em função do consumo x para cada residência com tarifa social situada na faixa (> 13 – 14)?

4 Uma Companhia de Saneamento possui uma forma diferente de realizar as suas cobranças. No quadro a seguir, está o resumo que apresenta o cálculo e o valor a pagar na residência do Sr. Carlos. Observe que, a partir dos dados, é possível identificar a estratégia utilizada pela Companhia para realizar a cobrança de acordo com o consumo de água (m³). Observe que existe uma tarifa mínima.

Companhia de Saneamento			
TARIFAS DE ÁGUA / m³			
Faixas de consumo	**Tarifa**	**Consumo**	**Valor R$**
Até 10	10,50	Tarifa mínima	10,50
Acima de 10	1,15	7	8,05
Total			18,55

A Quantos metros cúbicos de água foram consumidos por essa residência?

B Suponha que no próximo mês, dobre o consumo d'água dessa residência. Qual será o novo valor da conta?

Introducao_as_Funcoes.indd 11 19/11/2012 18:20:21

REFLETINDO UM POUCO MAIS

As atividades que você realizou nesta seção utilizaram contas de água como contexto para algumas discussões. Aproveite este espaço para escrever um pouco sobre essas discussões e como a matemática aparece nesse meio. Utilize as seguintes questões como norteadoras para sua escrita:

- Você já observou a sua conta de água? O que há nela?
- Como você verifica se o valor que está pagando pelo consumo está correto?
- De que depende o valor que você paga pela água que consome?

Introducao_as_Funcoes.indd 12 19/11/2012 18:20:23

Seção 2: Noção intuitiva de Função

Nas atividades resolvidas na seção 1, você deve ter observado que há uma clara relação de dependência entre o valor a ser pago e o consumo em m^3. Nesse caso, dizemos que o valor depende do consumo, ou ainda, que o valor é função do consumo. Escreva nas linhas abaixo cinco outros casos em que ocorre algo semelhante.

	Situação	Relação de dependência		
		Coluna A		Coluna B
1	Conta de luz	Valor a ser pago no final de um mês	depende do(a)	Quantidade de água consumida no mês
2			depende do(a)	
3			depende do(a)	
4			depende do(a)	
5			depende do(a)	
6			depende do(a)	

PARA SABER MAIS

Os termos, palavras ou expressões escritas na coluna **A** são denominados ***Variáveis Dependentes*** e os da coluna **B** são as ***Variáveis Independentes***.

Introducao_as_Funcoes.indd 13 19/11/2012 18:20:23

1 Uma função pode ser representada essencialmente por uma tabela, um gráfico ou uma fórmula matemática. Observe, por exemplo, a tabela a seguir, contendo a medida do lado (em centímetros) de um quadrado e o seu perímetro (em centímetros) correspondente:

Lado (cm)	1	1,5	2	2,4	3	6
Perímetro (cm)	4	6	8	9,6	12	24

Perceba que lado e perímetro são duas variáveis e que para cada valor do lado, há apenas um valor correspondente para o perímetro. Responda às questões:

A É possível haver dois quadrados que tenham diferentes medidas de lados entre si, mas que possuam o mesmo perímetro? Justifique.

B O que é dado em função do quê?

C Qual é a variável dependente?

D E a variável independente?

E Qual é a fórmula matemática que associa a medida do lado (ℓ) com o perímetro (**p**)?

F Qual é o perímetro de um quadrado de lado igual a 8 cm?

Introducao_as_Funcoes.indd 14 19/11/2012 18:20:23

G Qual é a medida do lado do quadrado cujo perímetro é de 28 cm?

H Assinale os valores que poderiam ser medidas do lado do quadrado:

☐ 3	☐ -4	☐ $\frac{2}{5}$	☐ 2,3
☐ -10,6	☐ 0	☐ 1,333	☐ $\sqrt{5}$

I Os valores assinalados no item anterior pertencem ao domínio da função. **Domínio é o conjunto de todos os valores possíveis de serem atribuídos à variável independente de uma função**. Escreva como você falaria para alguém qual o domínio da função em questão.

J Dos valores assinalados no item VIII, qual seria o valor do perímetro do quadrado associado a cada um deles?

K Os valores calculados no item anterior são chamados de imagem. Como não é possível obter o valor do perímetro sem antes conhecer o valor do lado do quadrado, dizemos que o valor do perímetro é uma variável dependente porque depende que conheçamos primeiramente o valor do lado do quadrado. **Portanto, imagem é o conjunto de todos os valores possíveis de serem atribuídos à variável dependente**.

Introducao_as_Funcoes.indd 15 19/11/2012 18:20:23

L A variável independente é, usualmente, representada pela letra **x** enquanto a variável dependente é representada pela letra **y**. Portanto, normalmente é possível escrever que **y** é função de **x** ou, simplesmente, **y = f (x)**. Veja como a tabela poderia ser reescrita:

x	y		
1	4	➡	$f(1) = 4$
1,5	6	➡	$f(1{,}5) = 6$
2	8	➡	$f(2) = 8$
2,4	9,6	➡	$f(2{,}4) = 9{,}6$
3	12	➡	$f(3) = 12$
6	24	➡	$f(6) = 24$

AGORA, CALCULE:

$f(3{,}5) =$ _____

$f(10) =$ _____

$f\left(\frac{5}{4}\right) =$ _____

$f(3{,}5) =$ _____

Introducao_as_Funcoes.indd 16 19/11/2012 18:20:23

IMPORTANTE!

Nem toda relação entre duas variáveis é uma função. Para que seja uma função, é necessário que haja apenas um valor (imagem) relacionado com cada um dos elementos do domínio. Ou seja, cada valor do domínio aponta apenas para um caminho ou relação possível. Vamos a um exemplo. A hora do dia depende da posição dos ponteiros do relógio.

1º CASO

Utilizando relógio que marque 24 horas.

- Cada posição dos ponteiros aponta para apenas uma hora do dia. Portanto, nesse caso, podemos afirmar que a hora do dia é função da posição dos ponteiros do relógio.

2º CASO

Utilizando relógio que marque 12 horas.

- Cada posição dos ponteiros aponta para duas possibilidades de horas do dia. A posição da figura, por exemplo, pode estar apontando tanto para 1h48min quanto para 13h48min. Portanto, neste caso, não temos uma função.

Introducao_as_Funcoes.indd 17 19/11/2012 18:20:24

REFLETINDO UM POUCO MAIS

Este é um momento para que você possa organizar o que estudou até aqui, além de agregar esses novos conhecimentos ao que já havia estudado em outros momentos de sua vida. Para ajudá-lo colocamos algumas questões para que possa retornar os estudos feitos.

- De que formas uma função pode ser representada?
- O que é o domínio de uma função?
- O que é imagem de uma função?
- Escreva com suas palavras o que é uma Função, dentro do contexto da Matemática.

Introducao_as_Funcoes.indd 18 19/11/2012 18:20:24

Seção 3: A Função de Primeiro Grau

Para facilitar o estudo das funções, elas são separadas de acordo com algumas propriedades. São muitas as classificações das funções, entre elas, Funções Polinomiais de Primeiro Grau, Funções Polinomiais de Segundo Grau, Funções Modulares, Funções Exponenciais, Funções Logarítmicas, entre outras. Neste momento vamos nos deter nas Funções de Primeiro Grau e em algumas de suas características. Inicialmente vamos identificar o seu uso na resolução de problemas para, em outros momentos, fazermos uma formalização matemática e estudo de gráficos. Comecemos por um problema.

1 Como calcular a altura de uma criança? A altura de uma criança depende de sua idade e de muitos outros fatores. Entretanto, os médicos examinaram uma quantidade muito grande de crianças brasileiras e tiraram uma média. Essa pesquisa deu origem a uma fórmula que você mesmo pode usar para verificar o desenvolvimento dos seus filhos. A fórmula - que vale para crianças de 4 a 13 anos - é a seguinte:

$$y = 5{,}7 \cdot x + 81{,}5$$

NESSA FÓRMULA:

- **x** é a idade da criança (em anos)
- **y** é a altura da criança (em centímetros)

A Justifique por que se trata de uma função.

B Qual é a variável independente?

C Qual é a variável dependente?

Introducao_as_Funcoes.indd 19 19/11/2012 18:20:24

D Qual o domínio da função?

E Calcule a altura de uma criança com 9 anos.

F Calcule o valor de $f(4,5)$.

G Calcule a idade de uma criança com 1,1 m de altura.

H Resolva a equação $f(x) = 138,5$.

2 Um posto de gasolina aqui da cidade de Vitória está cobrando atualmente, R$ 3,00 por litro de gasolina aditivada. Sendo assim, para cada novo litro de gasolina que a bomba registra, o valor a ser pago também se modifica.

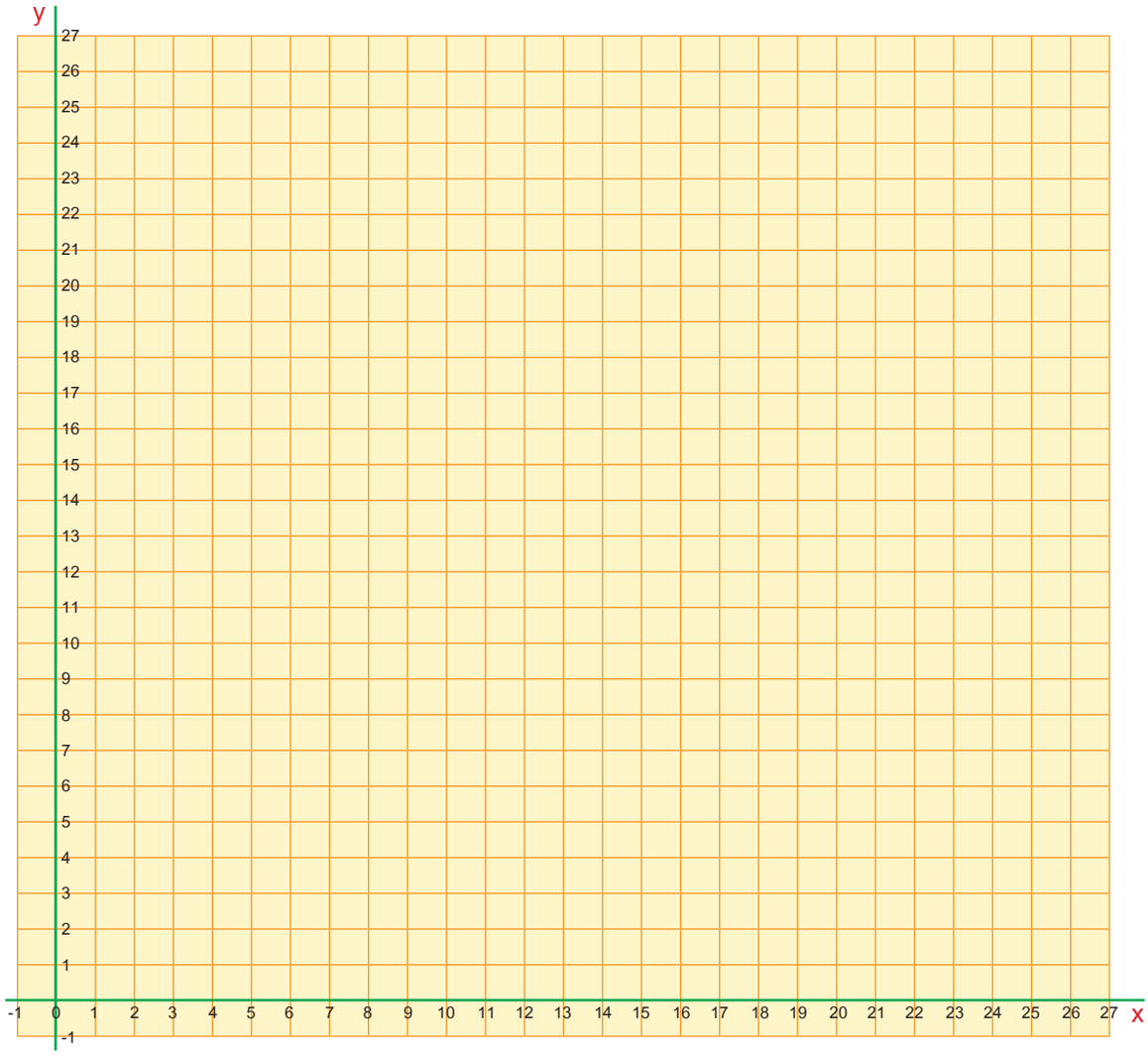
A Complete a tabela a seguir:

Gasolina (litros)	Preço a ser pago (R$)
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Introducao_as_Funcoes.indd 20 19/11/2012 18:20:24

B Formule uma regra geral que forneça o valor a ser pago (**y**) por uma quantidade qualquer de gasolina (**x**).

C Use os valores da Tabela do item **A** para marcar pontos no plano cartesiano **xy** a seguir.



D Os pontos marcados no plano cartesiano seguem um certo padrão. Que padrão é esse?

Introducao_as_Funcoes.indd 21 19/11/2012 18:20:25

E Imagine que fosse possível representar em uma tabela todos os valores do domínio de **x** e encontrar os valores correspondentes em **y**. Isso representaria infinitos outros pontos no plano cartesiano, tornando impossível a construção dessa tabela. Mas pode-se fazer a representação gráfica desses pontos correspondentes. Como você acha que isso pode ser feito? Tente representar todos os pontos dessa relação **xy** no plano cartesiano.

PARA SABER MAIS

- São denominadas funções do primeiro grau todas aquelas que podem ser representadas da seguinte forma:

$$f(x) = a.x + b \qquad \text{ou} \qquad y = a.x + b$$

Onde **x** representa a variável independente, **y** representa a variável dependente e **a** e **b** são constantes e $a \neq 0$.

- Cada ponto marcado no plano cartesiano é definido por um par ordenado (**x**,**y**), com x pertencente ao domínio da função e $y = f(x)$.

- O conjunto de pontos possíveis de serem marcados é o que carateriza o gráfico da função. Os pontos do gráfico de uma função do primeiro grau estão todos sobre uma mesma reta.

Introducao_as_Funcoes.indd 22 19/11/2012 18:20:25

3 Observe a tabela a seguir com os preços cobrados por táxis de Vitória:

TARIFAS

- Bandeira 1 ..... R$ 1,43 por km
- Bandeira 2 ..... R$ 1,72 por km
- Bandeirada ..... R$ 2,90
- Hora Parada ..... R$ 12,32
- Volume (20X40X60 cm) ..... R$ 0,50

- Bandeirada é o valor cobrado ao solicitar o táxi.
- Bandeira 2 somente é permitida quando o táxi muda de município, aos domingos, nos feriados nacionais e das 22:00h às 0:006 horas.

Fonte: www.vitoria.es.gov.br

Considerando as informações acima e uma pessoa sem bagagem, que pega um táxi às 13h de uma segunda-feira, que não é feriado,

A Escreva a expressão que relaciona o preço de uma corrida (P) e a distância percorrida em quilômetros (x).

B Calcule o valor a ser pago por uma corrida de 10 km sem sair da cidade.

C Calcule quantos quilômetros uma pessoa poderá percorrer se tiver R$ 60,00.

4 Suponha que a função **C(x) = 20x + 40** represente o custo total de produção de um artigo, onde **C** é o custo (em reais) e **x** é o número de unidades produzidas. Determinar:

A O custo de fabricação de 5 unidades desse produto.

Introducao_as_Funcoes.indd 23 19/11/2012 18:20:25

B Quantas unidades devem ser produzidas para que o custo total seja de R$ 12.000,00.

---

5 Na fabricação de um determinado artigo, verificou-se que o custo total foi obtido através de uma taxa fixa de R$ 4.000,00, adicionada ao custo de produção, que é de R$ 50,00 por unidade. Determinar:

A A função que representa o custo total em relação à quantidade produzida.

B O custo de fabricação de 15 unidades.

C Quantas unidades devem ser produzidas para que o custo total seja de R$ 5.250,00?

---

6 Após o pagamento de todos os custos na importação de um produto, uma empresa calcula o faturamento que terá com ele usando a lei $f(x) = 8x - 640$, em que $f(x)$ é o faturamento líquido (em R$) de x unidades vendidas. Qual será o faturamento obtido com a venda de 500 unidades desse produto?

---

7 Na Copa 2006, as fábricas de camisas e bandeiras faturaram alto. Um empresário, por exemplo, conseguiu produzir 500 camisas a um custo de R$ 3.900,00. Já para produzir 800 camisas, o custo foi de R$ 6.000,00. Escreva a fórmula que expressa o custo de produção (**C**) em função do número de camisas produzidas (**x**), sabendo que essa é uma função do primeiro grau.

---

8 Uma escola quer alugar uma máquina copiadora. Recebeu duas propostas:

- **A** – R$ 60,00 fixos por mês e R$ 0,14 por cópia.
- **B** – R$ 90,00 fixos por mês e R$ 0,08 por cópia.

Introducao_as_Funcoes.indd 24 19/11/2012 18:20:25

A Escreva a expressão que representa o custo de um número n de cópias em cada uma das propostas.

B Se na escola costuma-se tirar 300 cópias por mês, qual das propostas é a mais vantajosa? Justifique sua resposta.

C Para qual número de cópias, o custo total será o mesmo nas duas propostas? Justifique sua resposta.

D A partir de quantas cópias, a proposta **B** passa a ser mais vantajosa?

E Quantas cópias podem ser tiradas, segundo cada proposta, tendo-se à disposição a importância de R$ 120,00?

Introducao_as_Funcoes.indd 25 19/11/2012 18:20:25

9 Um pequeno fabricante descobre que custa R$ 9.000,00 produzir 1.000 torradeiras elétricas em uma semana e R$ 12.000,00 produzir 1.500 torradeiras em uma semana.

A Expresse o custo com uma função do número de torradeiras produzidas, supondo que ela seja linear.

B Qual o custo para serem produzidas 3.000 torradeiras?

10 Três planos de telefonia celular são apresentados na tabela abaixo:

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por minuto
A	R$ 35,00	R$ 0,50
B	R$ 20,00	R$ 0,80
C	0	R$ 1,20

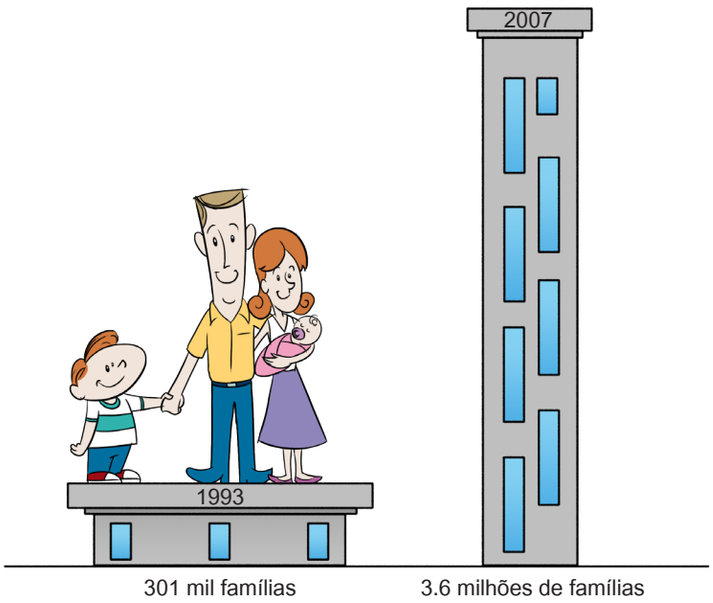
A Qual é o plano mais vantajoso para alguém que utilize 25 minutos por mês?

B A partir de quantos minutos de uso mensal o plano A é mais vantajoso que os outros dois?

11 Um administrador de uma fábrica de móveis descobre que custa R$ 2.200,00 fabricar 100 cadeiras em um dia e R$ 4.800,00 produzir 300 cadeiras em um dia. Expresse o custo como uma função do número de cadeiras produzidas, supondo que ela seja linear.

Introducao_as_Funcoes.indd 26 19/11/2012 18:20:25

12 Segundo uma pesquisa realizada pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), ao longo dos últimos 15 anos, observa-se a manutenção da tendência de aumento na proporção de famílias chefiadas por mulheres, que passou de 301 mil, em 1993, para 3,6 milhões, em 2007. Tal tendência vem sendo acompanhada com atenção por pesquisadores do tema, posto ser um dado que, por um lado, aponta para contextos de precarização da vida e do trabalho feminino, e por outro, revela também sobre processos de (des)empoderamento das mulheres. Trata-se, portanto, de um importante indicador de desigualdade de gênero.



Legenda
Cada janela corresponde a:

= 500 mil famílias

= 100 mil famílias

Fonte: ipea.gov.br

A Observe que na tabela abaixo, o aumento anual do número de famílias chefiadas por mulheres foi considerado constante. Supondo que o padrão observado para os três primeiros anos listados continue se repetindo nos próximos anos, preencha os dados que faltam:

Ano	Número de famílias formadas por casais com filhos e chefiadas por mulheres. Brasil, 1993 e 2007
1993	301 mil
1994	537 mil
1995	773 mil
1996	1,009 milhão
1997	
1998	
1999	
2000	
2001	
2002	
2003	
2004	
2005	
2006	
2007	3,6 milhões

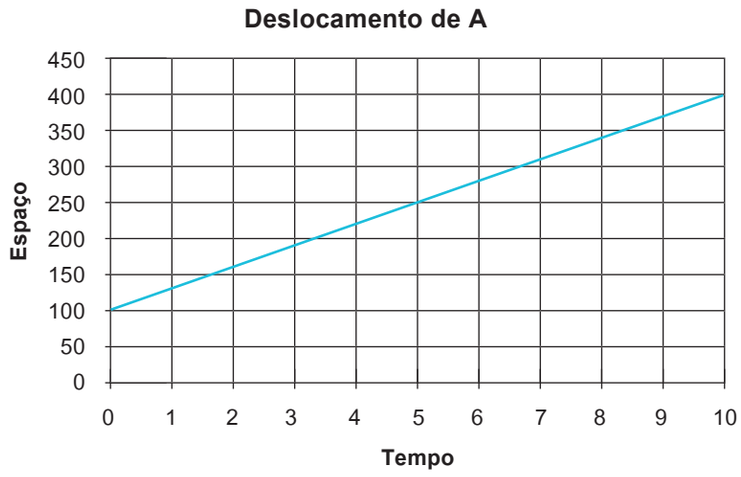
Introducao_as_Funcoes.indd 27 19/11/2012 18:20:27

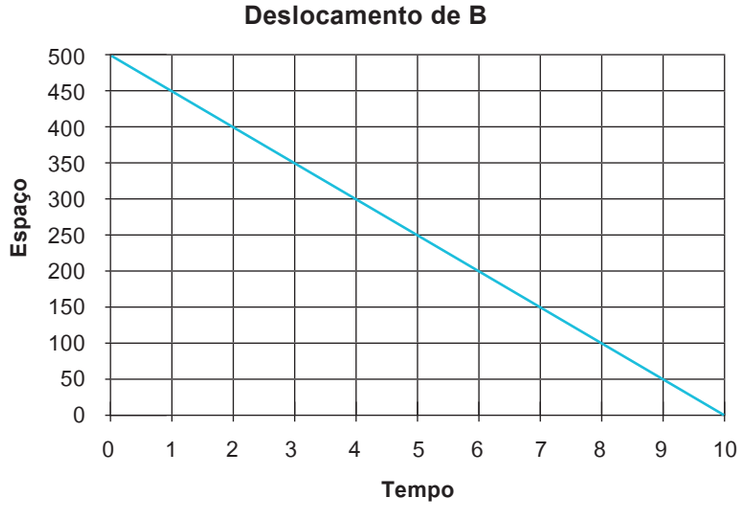
B Encontre uma fórmula matemática para representar a tabela acima:

C Demonstre graficamente a tabela.

Introducao_as_Funcoes.indd 28 19/11/2012 18:20:27

13 Dois veículos **A** e **B** saem simultaneamente, um de Curitiba e o outro de Natal. Ambos descrevem um movimento retilíneo e uniforme.





A Complete a tabela abaixo:

Tempo (h)	Automóvel	Espaço (Km)
1	A	
	B	450
2	A	
	B	
10	A	400
	B	

Tempo (h)	Automóvel	Espaço (Km)
4	A	
	B	
7	A	
	B	
15	A	
	B	
	A	220
	B	300

Introducao_as_Funcoes.indd 29 19/11/2012 18:20:28

B A fórmula usada para representar o movimento retilíneo uniforme dos veículos é dada por $S = S_0 + Vt$, em que:

- **S** é o espaço percorrido,
- $\mathbf{S_0}$ é o espaço inicial,
- **V** é a velocidade
- e **t** é o tempo gasto.

Diga, com base no gráfico, que função representa o movimento de cada veículo.

C Analise o gráfico e descubra quando os dois veículos se encontrarão.

UTILIZANDO A TECNOLOGIA

Um gato e um rato

Um rato está sendo perseguido por um gato. Às 20h52min3s, o rato está 5 metros à frente do gato. As velocidades de deslocamento do gato e do rato são consideradas constantes e são, respectivamente, 8 m/s e 6 m/s.

A O que representam as expressões $f_1(t) = 5 + 6t$ e $f_2(t) = 8t$?

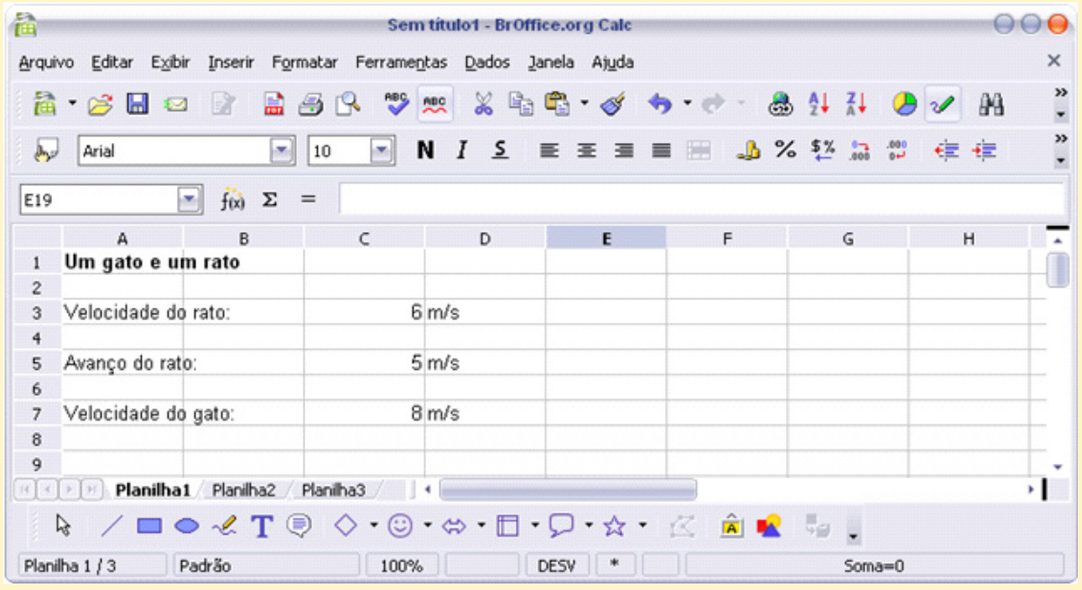
Introducao_as_Funcoes.indd 30 19/11/2012 18:20:29

B Determine a hora em que o gato alcançou o rato. Resolva o problema analítica e graficamente.

C Utilize o **BrOffice Calc** para a construção dos gráficos.

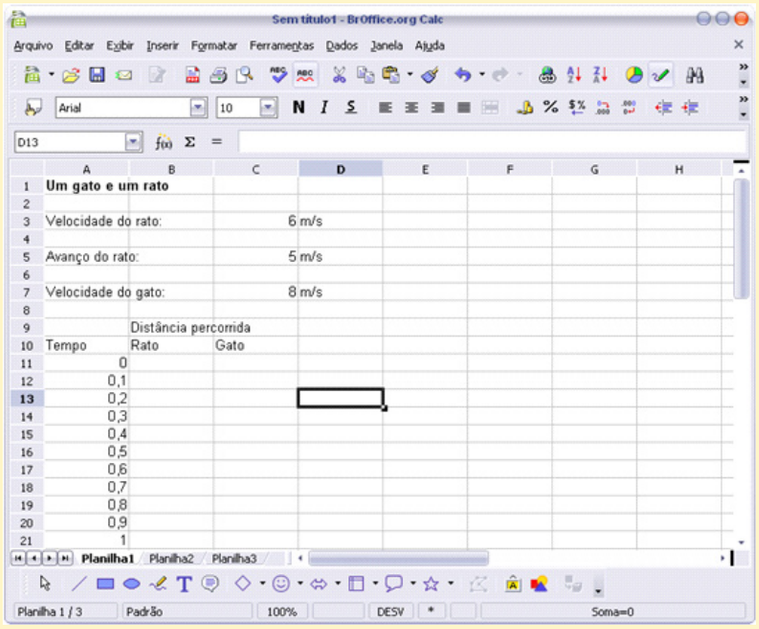
DICAS SOBRE A UTILIZAÇÃO DO BrOffice Calc

1. Digite os seguintes itens nas células apropriadas (utilize exatamente as células mostradas).

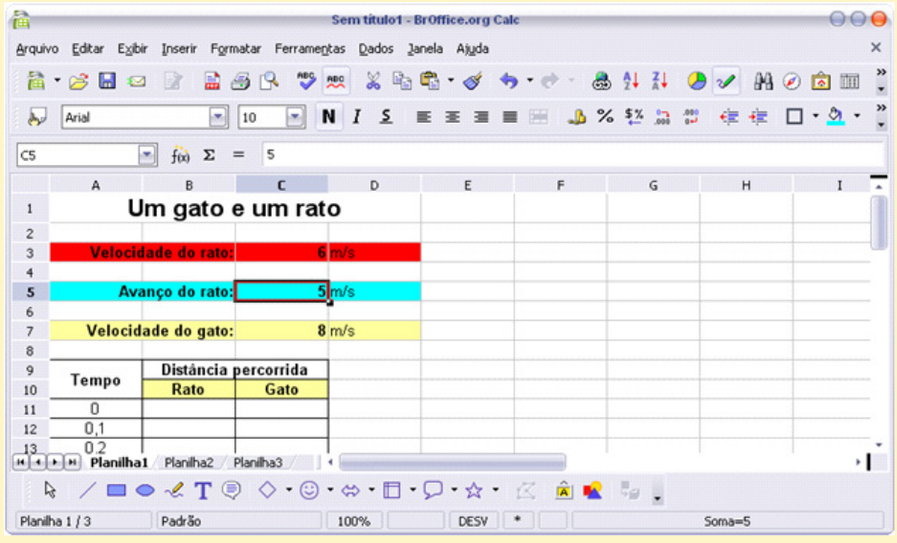


Introducao_as_Funcoes.indd 31 19/11/2012 18:20:29

② Monte a tabela abaixo com o tempo variando de 0 a 3 s, incrementado de 0,1 s, conforme o modelo abaixo.



Realizando algumas formatações você poderá deixar sua tabela assim:

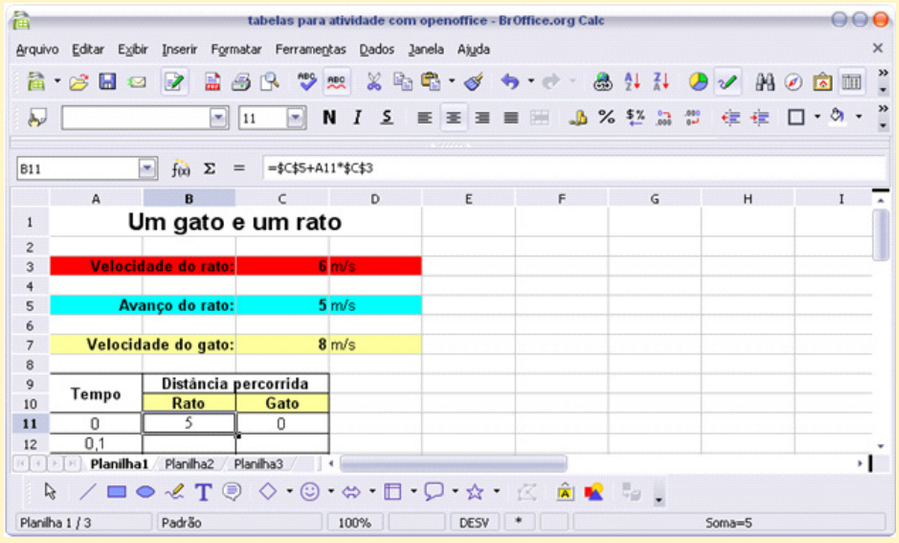


Foram utilizados os botões abaixo para realizar as formatações. Tente utilizá-los para fazer as formatações ao seu modo. Pare o cursor ( ) sobre cada botão para verificar o que cada um deles faz.

Introducao_as_Funcoes.indd 32 19/11/2012 18:20:30

3 Calcule o espaço percorrido pelo gato e pelo rato e preencha as colunas **B** e **C** da tabela Observações:

- Utilize a fórmula **=C5+A11*C3** para a célula **B11** da coluna do rato e **=A11*C7** para a célula **C10** da coluna do gato. Deverão aparecer os seguintes valores:

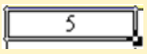


Justificando a fórmula:

- **C5** – é o avanço do rato (5)m e o $ é utilizado para fixar a célula, ou seja, é um valor que não se modifica, independente do tempo.
- **A11** – é o tempo. Não possui $ porque esse valor será diferente a cada linha.
- **C3** – é a velocidade do rato (6). Também é um valor fixo.
- **C7** – é a velocidade do gato (8). Também é um valor fixo.

4 Copie as fórmulas criadas nas células **B11** e **C11** para as outras células. Com isso você estará calculando a distância percorrida pelo gato e pelo rato. Você poderá realizar a cópia de duas formas:

1ª Selecione a célula **B11**, clique em Copiar ( ), selecione as células de **B12** até **B41** e clique em Colar ( ). Repita o mesmo procedimento para a coluna do gato.

2ª Selecione a célula **B11**. Posicione o cursor no canto inferior direito da célula até que apareça uma cruz preta 

. Clique com o botão esquerdo do mouse e arraste até a célula **B41**. Repita o procedimento para a coluna do gato.

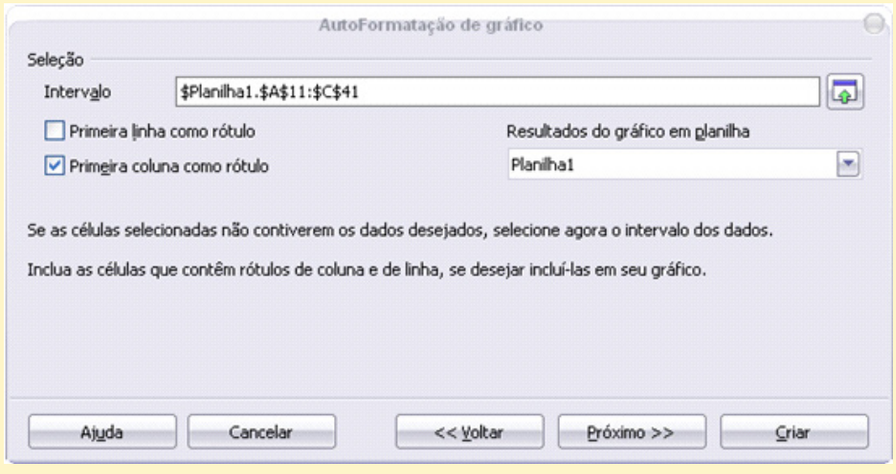
Introducao_as_Funcoes.indd 33 19/11/2012 18:20:30

5 Crie um gráfico no qual cada movimento poderá ser visualizado. Siga os seguintes passos:

➡ Selecione as células de **A11** até **C41**.

	Tempo	Distância percorrida	
9			
10		Rato	Gato
11	0	5	0
12	0,1	5,6	0,8
13	0,2	6,2	1,6
14	0,3	6,8	2,4
15	0,4	7,4	3,2
16	0,5	8	4
17	0,6	8,6	4,8
18	0,7	9,2	5,6
19	0,8	9,8	6,4
20	0,9	10,4	7,2
21	1	11	8
22	1,1	11,6	8,8
23	1,2	12,2	9,6
24	1,3	12,8	10,4
25	1,4	13,4	11,2
26	1,5	14	12
27	1,6	14,6	12,8
28	1,7	15,2	13,6
29	1,8	15,8	14,4
30	1,9	16,4	15,2
31	2	17	16
32	2,1	17,6	16,8
33	2,2	18,2	17,6
34	2,3	18,8	18,4
35	2,4	19,4	19,2
36	2,5	20	20
37	2,6	20,6	20,8
38	2,7	21,2	21,6
39	2,8	21,8	22,4
40	2,9	22,4	23,2
41	3	23	24

➡ Clique no botão Assistente de Gráfico e selecione um retângulo na tela onde ficará o gráfico. Aparecerá a tela a seguir. Selecione a caixa *Primeira coluna como rótulo*.

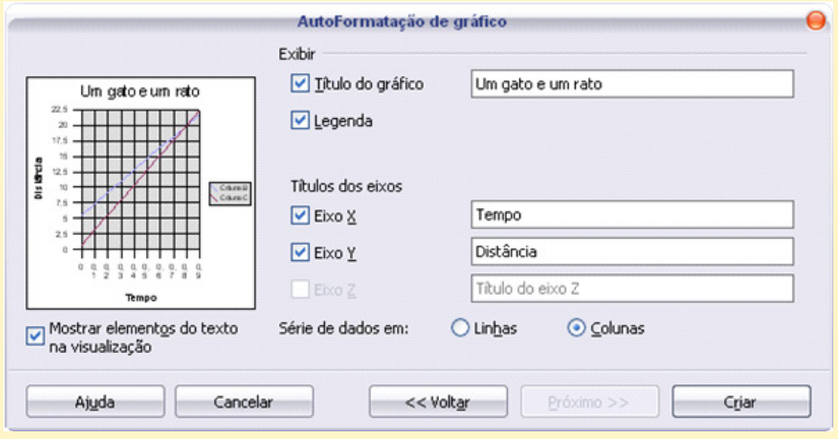


Introducao_as_Funcoes.indd 34 19/11/2012 18:20:31

Clique em Próximo.

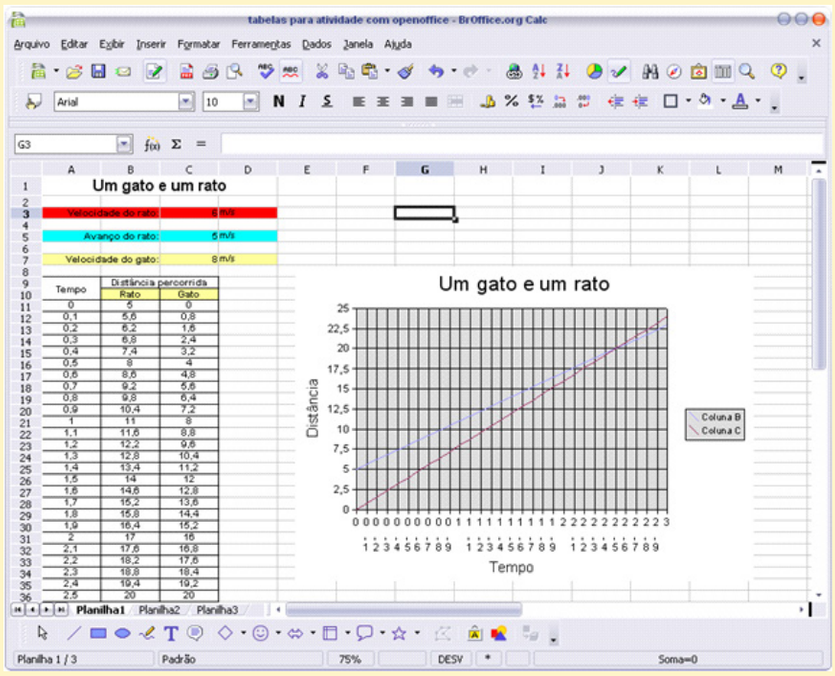
Escolha como tipo de gráfico Linhas (é o primeiro desenho da lista). Marque a caixa *Mostrar elementos do texto na visualização*. Clique em Próximo.

Na tela que aparecerá, marque as caixas Eixo **X** e Eixo **Y**. Clique em Próximo.

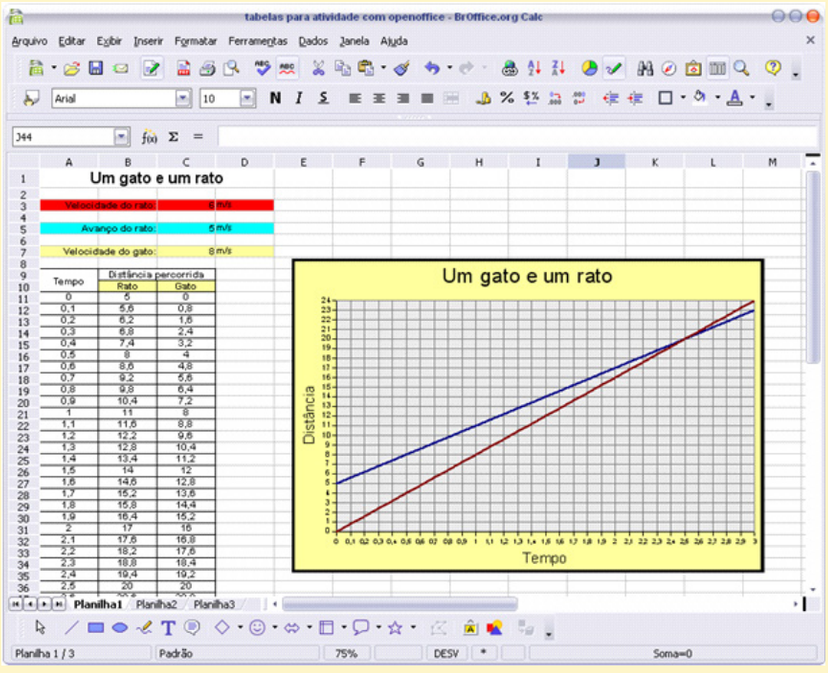


Introducao_as_Funcoes.indd 35 19/11/2012 18:20:31

Complete as informações com Títulos dos gráficos e dos eixos X e Y. Clique em criar.



Vamos modificar a formação do gráfico para que ele atinja a seguinte forma. Dando um clique duplo no gráfico, você terá acesso às diversas possibilidades. Mão à obra.



Introducao_as_Funcoes.indd 36 19/11/2012 18:20:31

6 Conclusões:

a) Quantas funções estão representadas no gráfico?

b) Qual é a variável independente para cada função?

c) Qual é a variável dependente para cada função?

d) Qual o domínio de cada função? Eles são iguais? Por quê?

e) Qual a imagem de cada função?

f) Onde os gráficos se cruzam (em qual tempo e em qual distância)? O que isso significa?

g) Modifique o avanço do rato (de 5 para outros valores). O que ocorre?

Introducao_as_Funcoes.indd 37 19/11/2012 18:20:32

h) Modifique a velocidade do rato. O que ocorre?

i) Modifique a velocidade do gato. O que ocorre?

j) Tente resolver **g** e **i** da seção **3** utilizando processo semelhante.

Introducao_as_Funcoes.indd 38 19/11/2012 18:20:32

UM POUCO DE HISTÓRIA

O conceito de função é um dos mais importantes da Matemática. Ele foi construído e aperfeiçoado ao longo do tempo. Descobertas arqueológicas feitas desde a metade do século XIX na região da Mesopotâmia indicam que os babilônios já teriam uma idéia do que seria função. Tábuas de argila encontradas mostram tabelas nas quais aparecem várias relações entre números para encontrar quadrados, cubos, raízes, entre outros. Na Grécia se tentou relacionar quantidades físicas como algumas leis da acústica. Os pitagóricos relacionavam alturas de sons e comprimento de cordas vibrantes. Os astrônomos em Alexandria (séc. III a.C.) construíram tabelas para os comprimentos de cordas de um círculo, conhecido o raio. Esse registro pode ser encontrado na obra publicada entre 125 e 150 d.C., Almageste de Ptolomeu, célebre matemático.

Num dos livros do bispo francês Oresme (1323-1382), aparece a velocidade de um móvel a cada instante ao longo do tempo. Keppler (1571-1630), na procura das leis dos movimentos, descobre as leis sobre as trajetórias planetárias. Galileu (1564-1642) estuda a queda dos corpos e a relação entre espaço e tempo. Newton (1642-1727) aproxima-se bastante do sentido atual de função. Em 1673, Leibniz (1646-1716), que era muito rigoroso com a linguagem matemática, inventou vários termos e símbolos matemáticos e no manuscrito latino *Methodus tangentiun inversa seu de fuctionibus*, usou pela primeira vez o termo função. Ele também Introduziu a terminologia de **constante**, **variável** e **parâmetro**.

Finalmente em 1748, surge com Leonard Euler (1707-1783), matemático suíço, a definição de função: "*Se x é uma quantidade variável, então toda a quantidade que depende de x de qualquer maneira, ou que seja determinada por ela, chama-se função da dita variável*". É também Euler quem utiliza pela primeira vez a notação *f*(x).

No século XIX, surge o significado mais amplo de função definido por Peter Dirichlet, em 1829, que considera a função y uma variável dependente com os seus valores fixos ou determinados por uma regra, dependendo dos valores atribuídos à variável independente x. A função era, então, o modelo matemático que explicava a relação entre as variáveis.

É lógico concluir que o conceito atual de função é resultado da investigação científica ao longo dos tempos e que teve seu ápice no século XIX, devido ao estudo e dedicação de diversos matemáticos. Em consequência da evolução do estudo de funções, surgiram e continuam surgindo numerosas aplicações em Matemática e outras Ciências.[1]

Como podemos ver, são várias as aplicações das funções em diversas áreas do conhecimento. Agora você terá a seguinte tarefa: pesquise com professores, em livros, internet ou outras fontes, aplicações de funções às seguintes áreas:

- Biologia.
- Física.
- Química.
- Geografia.
- Artes.
- Geometria.
- Construção civil.

Tente buscar exemplos práticos, fórmulas, situações problema, curiosidades e outras referências importantes.

[1]*Texto baseado no artigo* ***A Transposição Didática: Um estudo do conceito de função matemática, de Cecília Lucia Proença de Araújo Andrighetti***.

Introducao_as_Funcoes.indd 39 19/11/2012 18:20:32

DESAFIE-SE

LEIA UM TRECHO ADAPTADO DO LIVRO "O HOMEM QUE CALCULAVA" DE MALBA TAHAN.

Momentos depois, chegávamos ao Marreco Dourado. O dono da hospedaria chamava-se Salim e fora empregado do meu pai. Ao avistar-me, gritou risonho:

- Alá sobre ti, meu menino! Aguardo as tuas ordens agora e sempre!

Disse-lhe que precisava de um quarto para mim e para o meu amigo Beremiz Samir, o calculista, secretário do vizir Maluf.

- Esse homem é calculista? – indagou o velho Salim. – Chegou então em momento oportuno para tirar-me de um embaraço. Acabo de ter séria divergência com um vendedor de jóias. Discutimos longo tempo e de nossa discussão resultou afinal, um problema que não sabemos resolver.

Informadas de que um grande calculista havia chegado à hospedaria, várias pessoas aproximaram-se curiosas. O vendedor de jóias foi chamado e declarou achar-se interessadíssimo na resolução do tal problema.

- Qual é, afinal, a origem da dúvida? – perguntou Beremiz.

- Esse homem (e apontou para o joalheiro) veio da Síria vender jóias em Bagdá; prometeu-me que pagaria pela hospedagem, 20 dinares se vendesse as jóias por 100 dinares, pagando 35 se as vendesse por 200. Ao cabo de vários dias, tendo andado daqui para ali, acabou vendendo tudo por 140 dinares. Quanto deve pagar, consoante a nossa combinação pela hospedagem?

- Devo pagar apenas vinte e quatro dinares e meio! – replicou logo o mercador sírio. – Se para a venda de 200, eu pagaria 35, para a venda de 140 eu devo pagar 24 e meio!

Cálculo feito pelo mercador de jóias

Valor de venda das jóias	Valor a ser pago
200	35
100	17,5
10	1,75
140	24,5

- Está errado! – contrariou irritado o velho Salim. – Pelas minhas contas são 28. – Veja bem: Se para 100 eu deveria receber 20, para 140, da venda, devo receber 28. E vou provar.

E o velho Salim raciocinou do seguinte modo:

- Se para 100 eu deveria receber 20, para 10 (que é a décima parte de 100), eu deveria receber a décima parte de 20.

Qual é a décima parte de 20?

A décima parte de 20 é 2.

Logo, para 10, eu deveria receber 2.

140 quantos 10 contém?

140 contêm 14 vezes 10.

Cálculo feito pelo dono da hospedaria

Valor de venda das jóias	Valor a ser pago
100	20
50	10
10	2
140	28

- Logo, para 140, eu devo receber 14 vezes 2, que é igual a 28, como já disse.

E o velho Salim, depois de todos aqueles cálculos, bradou enérgico:

- Devo receber 28. É essa a conta certa!

- Calma, meus amigos – interrompeu o calculista – É preciso encarar as dúvidas com serenidade e mansidão. A precipitação conduz ao erro e à discórdia. Os resultados que os senhores indicam estão errados.

- Meu amigo! Os números, na simplicidade com que se apresentam, iludem, não raro, os mais atilados. As proporções que nos parecem perfeitas estão, por vezes, falseadas pelo erro. Da incerteza dos cálculos é que resulta o indiscutível prestígio da Matemática. Nos termos da combinação, o senhor deverá pagar ao hospedeiro 26 dinares, e não 24 e meio, como a princípio acreditava!

- O senhor tem toda razão – assentiu o joalheiro. – Reconheço agora que o meu cálculo estava errado.

E sem hesitar, tirou da bolsa 26 dinares e entregou-os ao velho Salim, oferecendo de presente ao talentoso Beremiz, um belo anel de ouro com duas pedras escuras, exortando a dádiva com afetuosas expressões.

Todos quantos se achavam na hospedaria admiraram-se da sagacidade do novo calculista, cuja fama, dia a dia, galgava a passos largos, a almenara do triunfo.

Você seria capaz de dizer como o sábio calculista chegou ao valor de 26 dinares?

Introducao_as_Funcoes.indd 40 19/11/2012 18:20:32

SISTEMATIZANDO

Nesta ficha, pudemos conhecer melhor a nossa conta de água e, a partir dela, entender a relação existente entre duas variáveis (especificamente valor e consumo), e com isso, iniciar o estudo das **funções**. Começamos por ter uma noção intuitiva de função quando definimos **Variáveis Independente** e **Dependentes** bem como o conceito de **Domínio** e **Imagem** de uma função. Aprofundamo-nos no conhecimento da linguagem matemática específica das funções e verificamos que nem sempre uma relação entre duas variáveis é uma função. Iniciamos o estudo da **Função do Primeiro Grau** e fizemos aplicações em alguns problemas. Trouxemos o computador para o nosso meio e com ele resolvemos um exercícios que sugere a construção de gráficos de funções do primeiro grau com a utilização de planilha eletrônica. Vimos também a evolução histórica do conceito de função e fechamos com um desafio retirado do livro "O homem que calculava" de Malba Tahan.

REFERÊNCIAS E SUGESTÕES DE LEITURA

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Coleção ciência aberta. 4 ed. Portugal: Gradiva, 2002.

PAIVA, M. A. V.; FREITAS, R. C. O. Matemática. In: SALGADO, Maria Umbelina Caiafa; AMARAL, Ana Lúcia.. (Org.). **ProJovem**. Ed. Brasilia DF: Governo Federal/Programa Nacional de Inclusão de Jovens, 2006, v. 1,2,3,4

PAIVA, M. A. V.; FREITAS, R. C. O. Matemática. In: SALGADO, Maria Umbelina Caiafa; AMARAL, Ana Lúcia.. (Org.). **ProJovem Urbano**. Ed. Brasilia DF: Governo Federal/Programa Nacional de Inclusão de Jovens, 2008, v. 1,2,3,4,5,6.

TAHAN. M. **O Homem que calculava**. 45ª ed. Rio de Janeiro: Record, 1997.TAHAN, M.

Introducao_as_Funcoes.indd 41 19/11/2012 18:20:32